



الإسم :

رقم الكود:

أجب عن السؤال التالي:إذا كانت $f(x) = [x]$ هي الدالة السُّلمية وكانت $g(x) = \sin x$:(١) أوجد الدالة التركيبية $f \circ g$ وأوجد نطاقها ومداها؟(٢) هل الدالة $f \circ g$ دالة محدودة ؟ علل؟(٣) هل الدالة f واحد لواحد علي نطاقها الطبيعي؟ علل؟الحل :

(١) من التعريف نجد أن

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sin x) = [\sin x]$$

حيث أن دالة الجيب $g(x) = \sin x$ نطاقها هو $D_g = \mathbb{R}$ ومداها هو $R_g = [-1, 1]$ والدالة $f(x) = [x]$ نطاقها هو $D_f = \mathbb{R}$ ومداها هو $\mathbb{Z}$ فنجد أن $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$, $g: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, وحيث أن مدي g مجموعة جزئية من نطاق f فيكون نطاق $f \circ g$ هو نفس نطاق g ، أي أن $D_{f \circ g} = D_g = \mathbb{R}$. لتحديد مدي $f \circ g$ نلاحظ أن

$$\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow [\sin x] = -1 \text{ or } 0 \text{ or } 1$$

وبالتالي $R_{f \circ g} = \{-1, 0, 1\}$.

(٢) حيث أن $R_{f \circ g} = \{-1, 0, 1\}$ ، مجموعة محدودة من أعلي علي سبيل المثال بالعدد ١ ومحدودة من أسفل علي سبيل المثال بالعدد -1 ، إذن المدي محدود وبالتالي الدالة $f \circ g$ محدودة.

(٣) نلاحظ أن $0, \frac{1}{2} \in D_f = \mathbb{R}$ ، $0 \neq \frac{1}{2}$ ورغم ذلك $f\left(\frac{1}{2}\right) = f(0) = [0] = 0 = \left[\frac{1}{2}\right] = f\left(\frac{1}{2}\right)$. إذن الدالة f ليست واحد لواحد علي نطاقها الطبيعي.